

천측위치의 직접 계산 방법에 관한 연구

A Study on Direct Computation Methods of Astronomical Positions

김영배*

Young Bae Kim

요약 천문항해는 해상에서 천체를 관측하여 선박의 위치를 결정하는 방법으로 육분의 고도와 천측력 및 천측계산표를 기반으로 천체의 계산고도와 방위각을 산출한 후 해도에 천체의 등고도 위치선을 작도하여 선박의 위치를 결정하게 된다. 전통적으로 이러한 천측위치를 결정하는 방법은 일련의 과정이 복잡하고 계산상 오류를 가져올 수 있으며, 위치결정에 시간이 많이 걸리고, 천측계산표와 해도가 필수적으로 사용된다. 따라서 천문항해의 기반인 항해삼각형 또는 구면삼각형에서 직접 선박의 위치를 계산하는 방법을 강구하게 되었으며, 그동안 국제수리기구의 수로논문집과 국제항해저널 등에 수록된 천측위치 산출 논문을 발췌하여 직접 계산한 결과를 비교 검토하고, 휴대용 계산기로 간단하게 선박의 천측위치를 산출하는 알고리즘과 프로그램 방법을 제시한다.

키워드 천문항해, 천측위치, 항해삼각형, 자오선각, 방위각, 위치각

Abstract The Celestial Navigation is one of methods to obtain vessel's position at sea. Based on sextant altitude, Nautical Almanac and Sight Reduction Table, calculation altitude(Hc) and azimuth(Z) are computed and by plotting equal altitude lines of celestial bodies on the nautical chart, then fixed position can be obtained. These processes to obtain vessel's position are very complicate and can be took some errors and can be consumed much time and are required Sight Reduction Tables and Nautical Charts. Therefore I have sought Direct Computation Method of vessel's position from Navigational Triangle based on Celestial Navigation, and reviewed several papers from IHO International Review and Journal of the Institute of Navigation, and compared results of computation for Astronomical Vessel Positions. I have suggested simple algorithms and programmes to obtain Astronomical Vessel Position using portable calculator.

Key words Celestial Navigation, Astronomical Vessel Position, Navigational Triangle, Meridian Angle, Azimuth, Parallax Angle

1. 서론

천문항해는 선박이 대양을 항해할 때 선박위치를 결정하는 항해술로 최근 GPS가 널리 사용되기 전까지 항해자들이 널리 이용하여 왔다. 이러한 천문항해는 1875년 프랑스 해군소장 Marcq St. Hilaier에 의해 고도차법(Altitude difference method) 또는 수정차법(Intercept method)이라고 불리는 위치선 결정법을 발표한 이후 근대 항해학의 시대가 열리게 되었다. 그러나 천문항해의 선박위치 결정과정은 육분의에 의한 천체관측, 천측력에 의한 그리니치 시각과 천체의 적위 계산, 천측계산표에 의한 계산고도와 방위 산출, 그리고 해도에 천체 고도의 위치선 작도로 선박위치를 구하게 된다. 이러한 일련의 과정은 복잡하고, 계산상 오

류를 가져올 수 있으며, 시간이 상당히 소모되는 작업이다. 따라서 천측계산표와 해도상에 위치선의 작도 없이도 육분의와 천측력만 있으면, 휴대용 계산기로 선박위치를 구하는 간단한 방법을 강구하게 되었다.

2. 구면삼각형(Spherical triangle)과 항해삼각형(Navigational triangle)의 정의

2.1 구면삼각형(Spherical triangle)

Fig. 1과 같이 구면삼각형은 3개의 대원으로 이루어진 구면상의 도형을 말하며, 구면삼각형에는 내각의 합이 180° 보다 크고, 두 지점간 상대 방위각의 합도 180° 보다 크며, 두 지점간의 거리는 대원상 호의 길이가 된다. 구면삼각형에 관한 삼각법을 구면삼각법이라

하며, 여기서는 변도 일종의 각으로 간주하여 도, 분, 초를 사용한다. 구면상의 위치를 구하기 위해서는 구면삼각법 공식을 이용하는데 가장 기본이 되는 두 가지의 공식이 있다.

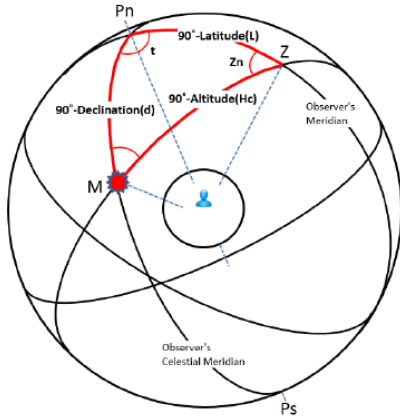


Figure 1. Spherical triangle of Celestial Body

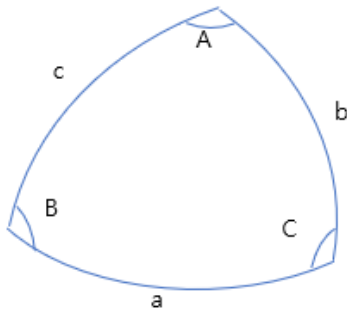


Figure 2. Factors of Spherical triangle

구면삼각형의 각 변과 각을 Fig. 2와 같이 하면, 다음과 같은 구면삼각법의 공식이 유도된다.

① sine 법칙

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

② cosine 법칙

$$\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \\ \cos A &= \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} \end{aligned}$$

위 식을 유도하면,

$$\sin a = \sin b \sin c + \cos b \cos c \cos A \quad (1)$$

$$\cos A = \frac{\sin a - \sin b \sin c}{\cos b \cos c} \quad (2)$$

위 (1)과 (2)의 공식이 기본적으로 항해삼각형을 계산하는데 사용된다.

2.2 항해삼각형(Navigational triangle)

항해삼각형은 기본적으로 구면삼각형을 항해에 응용한 것으로, 지구를 완전한 구체로 보고, 천체의 적위와 그리니치 시각(GHA)에 의한 천체의 위치를 이용하여 선박의 위치를 구하는 것이다.

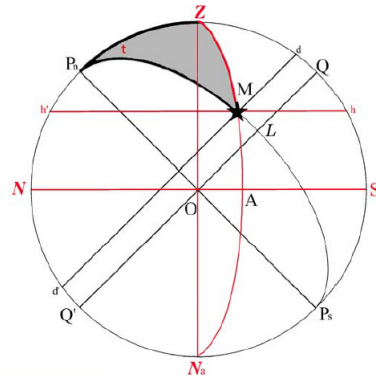


Figure 3. Navigational triangle

Fig. 3의 항해삼각형에서 Pn은 북극, Ps는 남극, O는 지구중심, M은 천체, Z는 관측자의 천정이며, d-Q는 천체의 적위(Dec), Z-Q는 관측자 위도(Lat), t는 자오선각이다. 한편, PnZ는 여위도(Colatitude, 90-Lat), PnM은 극거(Polar distance, 90±Dec), ZM은 여고도(Coaltitude, 90-h)가 된다.

여기서 A-M은 수평선(N-S)상 천체의 계산고도(Hc)이며, ∠PnZM은 관측자의 자오선에서 천체가 이루는 방위각(Z)이 되고 천측계산표에서 구하려는 값이다.

이러한 항해삼각형(Navigational triangle)은 삼각함수의 해법에 의해 다음과 같은 천문항해의 문제를 해결하고 있다.

- ① 위도, 적위 및 자오선 각을 알고 계산고도 및 방위각을 구하여 천체의 위치선을 작성한다.
- ② 위도, 고도 및 방위각을 알고 적위와 자오선 각을 구하여 미지의 천체를 식별한다.
- ③ 자오선각, 적위 및 고도를 알고 천체의 방위각을 구하여 자이로 컴퍼스 또는 나침반의 오차를 측정한다.

- ④ 대권항법에서 두 지점의 경위도를 알고 대권거리와 대권침로를 구한다.

3. 전통적 천측위치의 결정방법

천문항법의 위치결정 방법은 먼저 육분의에 의한 천체를 관측하여 얻은 육분의 고도를 관측고도(Ho)로 환산하는 과정이 있으며, 다음은 천측력에 의해 관측시각에 따른 천체의 그리니치시각(GHA)과 적위(Dec)를 산출하고, 그 다음은 천측계산표에 의해 관측고도(Hc)와 방위각(Z)을 계산한다. 그리고 관측고도(Ho)와 계산고도(Hc)와 차이로 가정위치(AP)에서 천체의 위치선까지 거리를 환산하며, 방위각을 관측자 위치의 상한에 따라 방위(Zn)로 환산하여 해도에 천체의 위치선을 작도하게 된다.

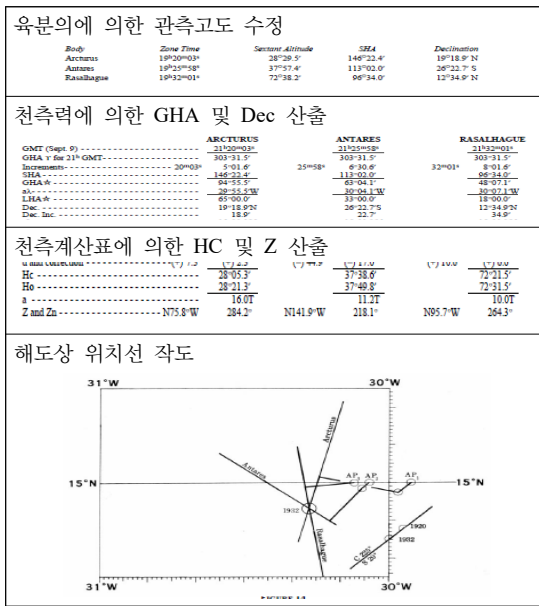


Figure 4. Celestial Navigation Process

[사례]

1974년 9월 9일 19시32분 선박의 추측위치 14°45' N, 30°00' W에서 침로 225°, 속도 20노트로 항해중 육분의로 아래와 같이 천체를 관측하였다. 관측시 안고는 31피트이고, 육분의 기차는 (+)1.0' 이었다.

4. 계산에 의한 천측위치 산출

4.1 수정차법(Intercept method)에 의한 해도 작도

천체를 관측하고 천측 위치선을 결정하기 위하여 필요한 요소를 계산하는 과정을 천측계산(sight reduction)

이라 하고, 다음의 6단계로 구분된다.

- ① 육분의에 의한 고도(Ho) 개정
- ② 천측력에 의해 그리니치시각(GHA) 및 적위(d) 산출
- ③ 자오선 각(LHA 또는 t)의 산출(LHA = GHA ± λ (동경 +, 서경-))
- ④ 천측계산표에 의한 계산고도(Hc)와 방위(Z)의 산출
- ⑤ 계산고도(Hc)와 관측고도(Ho)의 비교 (Ho > Hc 이면 천체방향(Toward), Ho < Hc 이면 방위를 반대방향(Away)으로 한다. Ho More To 방식)
- ⑥ 해도에 위치선의 기입하여 천측 선박위치를 결정한다.

천측 위치선을 해도에 기입하지 않고, 계산기로 직접 산출하는 방법은 아래와 같다.

- ① 육분의에 의한 고도(Ho) 개정(Ho = hs ± IC - Dip + Alt corr)
- ② 천측력에 의해 그리니치시각(GHA) 및 적위(d) 산출
- ③ 자오선 각(LHA 또는 t)의 산출(LHA = GHA ± λ (동경 +, 서경-))
- ④ 천측계산표 또는 계산에 의해 계산고도(Hc)와 방위각(Z) 산출

$$Hc = \sin^{-1}(\sin L \sin d + \cos L \cos d \cos LHA)$$

$$Z = \cos^{-1}\left(\frac{\sin d - \sin L \sin Hc}{\cos L \cos Hc}\right)$$

- ⑤ 계산고도(Hc)와 관측고도(Ho)의 비교, Ho < Hc 이면, 방위를 반대방향(Away)으로 하고, 두 고도의 차이를 분 단위로 환산하여 거리를 구한다.
- ⑥ A점(가정위치 또는 추측위치)에서 천체 1의 위치선에 대한 방위 및 거리로 C점의 위도와 경도를 계산한다.

$$C \text{점 위도} = A \text{점 위도} \pm \text{위거}(\Delta \ell)$$

$$\Delta \ell = D \cos C$$

(Δℓ : 위거, D: 거리(해리), C: 방위)

$$C \text{점 경도} = A \text{점 경도} \pm \text{경거}(\Delta Dlo)$$

$$\Delta Dlo = D \sin C \div \cos Lm$$

(ΔDlo: 경거, D: 거리, C: 방위, Lm: 중분위도 (L1+L2)÷2)

B점(가정위치 또는 추측위치)에서 천체 2의 위치선에 대한 방위 및 거리로 D점의 위도와 경도를 계산한다.

$$D \text{점 위도} = B \text{점 위도} \pm \text{위거}(\Delta \ell)$$

Δℓ = D cos C, (Δℓ : 위거, D: 거리(해리), C: 방위)

D점 경도 = B점 경도 ± 경거(ΔDlo)

$$\Delta Dlo = D \sin C \div \cos Lm,$$

(ΔDlo: 경거, D: 거리, C: 방위, Lm: 중분위도 ((L1+L2)÷2))

- ⑦ C점과 D점에서 양 지점간 거리와 방위를 구한다.

$$\text{방위 } \overrightarrow{CD} = \tan^{-1}(\Delta Dlo \cos Lm \div \Delta \ell)$$

$$\text{거리 } \overrightarrow{CD}(D) = \Delta \ell \div \cos C$$

- ⑧ AC 선과 BD 선에서 각각 방위에 직교하는 선이 교차하는 점을 E라 하면, E점이 구하려는 선위가 된다.

점 C, D, E가 만드는 삼각형의 내각과 변의 거리를 계산한다.

$$\angle C = CE \text{ 방위} - CD \text{ 방위}$$

$$\angle D = CD \text{ 역방위} - DE \text{ 방위}$$

$$\angle E = DE \text{ 방위} - CE \text{ 방위}$$

D점과 E점의 거리

$$\overrightarrow{DE} = \frac{\overrightarrow{CD} \times \sin C}{\sin E}$$

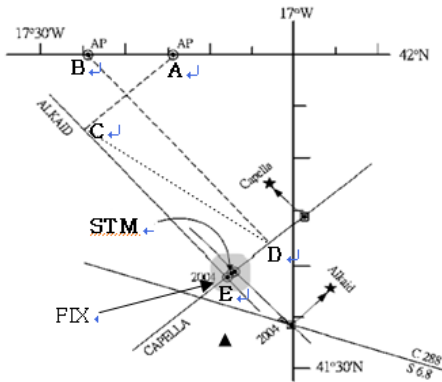


Figure 5. Position Line Plotting on the Chart

- ⑨ E점의 위치 계산

D점에서 방위 및 거리로 E점의 위도와 경도를 계산한다.

$$E \text{ 점 위도} = D \text{ 점 위도} \pm \text{위거}(\Delta \ell)$$

$$\Delta \ell = D \cos C$$

$$E \text{ 점 경도} = D \text{ 점 경도} \pm \text{경거}(\Delta Dlo)$$

$$\Delta Dlo = D \sin C \div \cos Lm \text{ (D점, E점의 중분위도)}$$

4.2 K-12 방식의 천측위치 산출방법

유고슬라비아 수로연구소의 Dr. Stjepo KOTLARIC 는 1980년 IHReview에 “Celestial Fix by Calculator for all bodies and all positioning problems without or with intercepts and azimuths” 논문을 게재하였으며,

이 논문에서 휴대용 계산기(Texas Instrument SR-52)에 의한 선박위치를 산출하고 그 계산공식을 “K-12”라고 명명하였다. 그가 전개한 구면삼각법 공식은 sin 공식의 반각(Havesine)을 이용한 것이었다. 특히, 천문 선박위치를 구하는 점을 두 천체의 위치권이 교차하는 점으로 보고, 구면삼각법을 이용하여 위치각(parallactic angle, Fig. 8의 X2)을 계산하였다. 또한 위치권이 교차하는 두 개의 점중에서 가점위치를 이용하여 별도의 식 AX2(공식(4))를 계산하고, 진위치를 판별하도록 하였다.

한편, 천체 관측중 천체 1에서 천체 2의 관측에 소요된 시간동안 선박이 진행한 거리를 Ho1의 고도에 반영하여 계산하였다.

$$Ho1 \text{ 수정값}(\text{correction, 분}) = (\text{Speed}(\text{knot}) \times \Delta \text{GMT} \times \cos \text{RAZ}) \div 60 \quad (1)$$

(ΔGMT; 두 천체의 관측시간차(절대값), RAZ : 천체 1의 진방위와 선박 진침로 차)

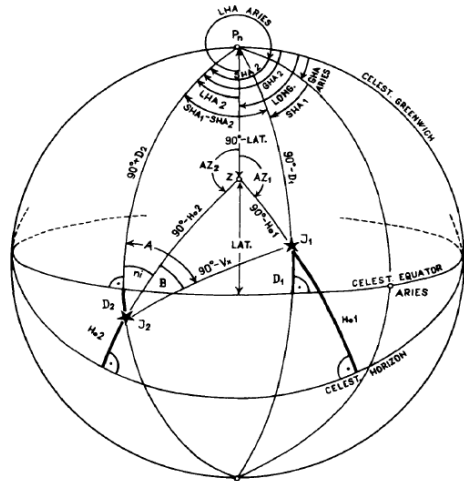


Figure 6. Relationship between Two Bodies and Navigational triangle

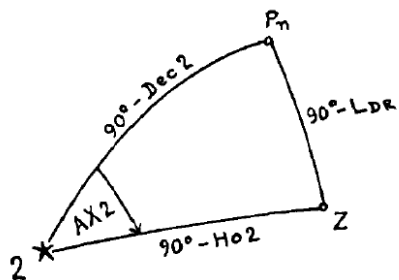


Figure 7. Parallactic angle(AX2)

다 더 단순하고 더 복잡하지 않는 방법을 제시하였다. 여기서는 구면삼각법(STM)으로 계산한 방법을 설명한다.

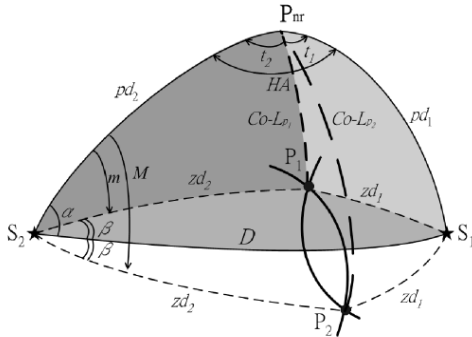


Figure 9. Concept for fixed position by Spherical Triangle Method

Fig. 9에서와 같이 천체 S₁과 천체 S₂의 등고도 위치권은 P₁과 P₂의 두 개 위치를 형성한다. 그 중 하나가 천문 선박위치(AVP)이며, P₁의 경우, Pnr, S₂ 및 P₁이 이루는 항해삼각형은 구면삼각법 공식으로 극거(Pd₂), 정거(zd₂) 및 위치각(m)에 의해 위도(Co-Lp₁) 및 자오선각(t₂)를 구할 수 있다.

구면삼각법(STM)으로 천문 선박위치(AVP)를 계산하는 단계는 아래와 같다.

- ① 1단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, S₁에 대해 극거(pd₁), 극거(pd₂) 및 시각(HA)을 알고 있다면, 각거리(D)를 구할 수 있다.
- ② 2단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, S₁에 대해 극거(pd₁), 극거(pd₂) 및 시각(HA) 또는 극거(pd₁), 극거(pd₂) 및 각거리(D)를 알고 있다면, 위치각(α)를 구할 수 있다.
- ③ 3단계 : 구면삼각형 P₁, S₂, S₁에 대해 정거(zd₁), 정거(zd₂) 및 각거리(D)를 알고 있다면, 위치각(β)를 구할 수 있다.
- ④ 4단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁에서 선박위치 P₁에 대해, 위치각(m)은 위치각의 차(α ~ β)와 같고, 선박위치 P₂에 대해서는 위치각(M)은 두 위치각의 합(α + β)과 같다.
- ⑤ 5단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁ 또는 Pnr, S₂, P₂에 대해, 극거(pd₂), 정거(zd₂) 및 m(또는 M)을 알고 있다면, P₁ 및 P₂의 위도(Lp₁, Lp₂)를 구할 수 있다.
- ⑥ 6단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁ 또는 Pnr, S₂, P₂에 대해, 극거(pd₂) 정거(zd₂) 및 위도(Lp₁ 또는 Lp₂)와 함께 극거(pd₂), 정거(zd₂) 및 m을 알고 있

다면 자오선 각(t₂)을 구할 수 있다. 최종적으로 경도는 천체 S₂의 자오선 각과 그리니치시각(GHA)을 가감함으로써 얻어진다.

위의 순서에서 구면삼각법은 변 코사인(side cosine) 공식을 사용하였다. 그러나 일부 다른 논문에서는 Haversine 공식(Kotlaric K-12 공식)을 적용한 것도 있다.

다음은 구면삼각법(STM)의 계산공식을 유도한 것이다.

- ① 1단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, S₁에 대해 각거리(D)를 구하는 공식

$$\cos D = \sin d_1 \sin d_2 + \cos d_1 \cos d_2 \cos(HA) \quad (1)$$

- ② 2단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, S₁에 대해 위치각(α)을 구하는 공식

$$\tan a_2 = \frac{\sin(HA)}{\cos d_2 \tan d_1 - \sin d_2 \cos(HA)} \quad (2)$$

- ③ 3단계 : 구면삼각형 P₁, S₂, S₁ 또는 P₂, S₂, S₁에 대해 위치각(β)을 구하는 공식

$$\cos \beta_2 = \frac{\sin H_1 - \sin H_2 \cos D}{\cos H_2 \sin D} \quad (3)$$

- ④ 4단계 : 천체 S₂의 위치각(m₂ 및 M₂)를 구하는 공식

$$m_2 = \alpha_2 \sim \beta_2 \quad M_2 = \alpha_2 + \beta_2 \quad (4)$$

- ⑤ 5단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁ 또는 Pnr, S₂, P₂에 대해 위도(Lp₁ 및 Lp₂)를 구하는 공식

$$\sin Lp_1 = \sin d_2 \sin H_2 + \cos d_2 \cos H_2 \cos m_2 \quad (5)$$

$$\sin Lp_2 = \sin d_2 \sin H_2 + \cos d_2 \cos H_2 \cos M_2 \quad (6)$$

- ⑥ 6단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁ 또는 Pnr, S₂, P₂에 대해 자오선각(t₂)를 구하는 공식,

$$\tan t_2 = \frac{\sin m_2}{\cos d_2 \tan H_2 - \sin d_2 \cos m_2} \quad (7)$$

$$\tan t_2 = \frac{\sin M_2}{\cos d_2 \tan H_2 - \sin d_2 \cos M_2} \quad (8)$$

λ = t₂ - GHA₂, LHA₂(t₂) = 360 - t₂(동경), LHA₂ = t₂(서경)

λ 가 + 값이면 동경(East), - 값이면 서경(West)이 된다.

4.4 Direct Fix에 의한 방법

미국 해군 해양성 전력 편대에 근무하는 Stanley W. GERY는 1997년 Journal of The Institute of Navigation

에 “The Direct Fix of Latitude and Longitude from Two Observed Altitudes”를 게재하였다. 이 논문은 두 천체로부터 얻은 관측고도로 관측자의 위도와 경도를 계산하는 방법을 제시한다. 이 논문은 가정위치나 추측위치 및 해도의 위치 투입과정이 필요없고, 두 개 천체에 대한 그리니치시각(GHA)과 적위(dec) 및 관측고도만 주어지면 위도와 경도가 직접적으로 계산되는 방법을 제시하고 있다.

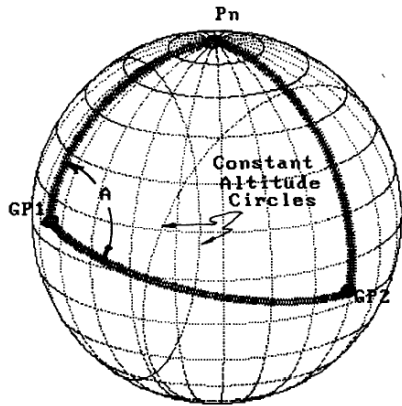


Figure 10. Polar Spherical Triangle

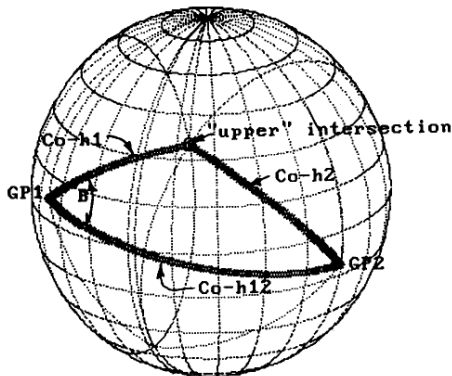


Figure 11. Zenith Spherical Triangle

천체의 관측고도는 천체의 지위(GP)를 중심으로 하는 소권이며, 선박이 위치하는 등고도권의 위치권이다. 두 개의 등고도 위치권이 만나는 지점은 천구상 두 개가 되며, 그 중 추측위치와 가장 가까운 점이 선박의 위치가 된다. 이 논문에서는 구면삼각법의 해법으로 극점과 천체 및 관측자를 잇는 구면삼각형에서 천체 쪽에서 만들어지는 각을 위치각(parallactic angle; P1)이라 하고, 두 천체간의 각거리를 의사 여고도(pseudo coaltitude, Co-h12)라고 하여 계산을 전개하였다.

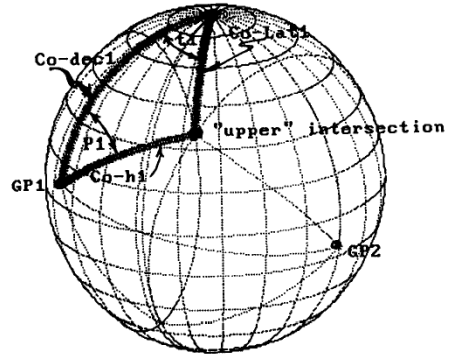


Figure 12. Upper Navigational Triangle

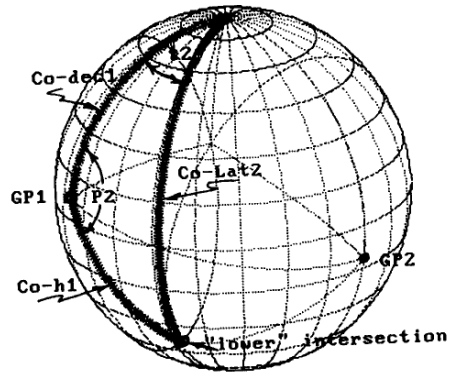


Figure 13. Lower Navigational Triangle

또한 주된 공식은 두 개의 구면삼각형 공식(1)과 (2)에 의해 변-각-변(side-angle-side)으로 문제를 푸는 cosine 법칙을 이용하였고, 계산기는 소수 8위까지 계산하여 허용오차 범위내에서 결과를 얻을 수 있었다.

4.4.1 항해삼각형에서의 기본 공식

$$Alt(a, b, c) = \sin^{-1}[\cos a \cos b \cos c + \sin b \sin c] \quad (1)$$

$$Az(x, y, z) = \cos^{-1}[(\sin x - \sin y \sin z) \div (\cos y \cos z)] \quad (2)$$

아래 공식중에서 (4), (9), (10)은 기본공식 (1)을 응용한 것이고, 식 (5), (6), (11), (12)는 기본공식 (2)를 응용한 것이다. 결국 위 기본공식 (1)과 (2)가 천측위치 계산에 사용된 것으로, 천측계산표(Sight Reduction Table)의 계산고도(Hc)와 방위각(Z) 계산에 사용된 것과 같다.

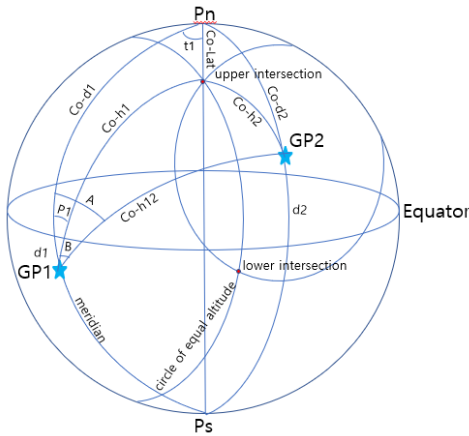


Figure 14. Relationship between position circle of bodies and Navigational triangle

4.4.2 계산 절차

① 자오선 각(천체 1 및 천체 2간의 자오선 각) 차이 (t_{12}) 계산

$t_{12} = GHA_2 - GHA_1$ (3) t_{12} : 자오선 각, GHA_1 : 천체 1의 그리니치 시각, GHA_2 : 천체 2의 그리니치 시각

② 의사 여고도(pseudo coaltitude, 천체 1에서 천체 2까지 의사 여고도, h_{12}) 계산

$$h_{12}(t_{12}, d_1, d_2) = \sin^{-1}[\cos t_{12} \cos d_1 \cos d_2 + \sin d_1 \sin d_2]$$

h_{12} : 의사 여고도, t_{12} : 자오선 각, GHA_1 : 천체 1의 그리니치 시각, GHA_2 : 천체 2의 그리니치 시각

③ 천체 1의 지위(GP)에서 극거(polar distance) 대한 위치각(A) 계산

$$A(d_2, d_1, h_{12}) = \cos^{-1}[(\sin d_2 - \sin d_1 \sin h_{12}) \div (\cos d_1 \cos h_{12})]$$

A: 천체 1에서 극거에 대한 각, d_2 : 천체 2의 적위, d_1 : 천체 1의 적위, h_{12} : 의사고도

④ 천체 1의 지위(GP)에서 정거(zenith distance)에 대한 위치각(B) 계산

$$B(h_2, h_1, h_{12}) = \cos^{-1}[(\sin h_2 - \sin h_1 \sin h_{12}) \div (\cos h_1 \cos h_{12})]$$

B: 천체 1에서 정거에 대한 각, h_2 : 천체 2의 관측고도, g_1 : 천체 1의 관측고도, h_{12} : 의사고도

⑤ 천체 1의 지위(GP)에서 상부 항해삼각형의 위치각(parallactic angle, P_1) 계산

$$P_1 = A \sim B(\text{차}) \tag{7}$$

천체 1의 지위(GP)에서 하부 항해삼각형의 위치각(parallactic angle, P_2) 계산

$$P_2 = A + B(\text{합}) \tag{8}$$

⑥ 상부 항해삼각형의 관측자 위도(L_1) 계산

$$L_1(P_1, d_1, h_1) = \sin^{-1}[\cos P_1 \cos d_1 \cos h_1 + \sin d_1 \sin h_1]$$

L_1 : 상부 항해삼각형의 관측자 위도, P_1 : 상부 항해삼각형의 위치각, d_1 : 천체 1의 적위, h_1 : 천체 1의 관측고도

하부 항해삼각형의 관측자 위도(L_2) 계산

$$L_2(P_2, d_1, h_1) = \sin^{-1}[\cos P_2 \cos d_1 \cos h_1 + \sin d_1 \sin h_1]$$

L_2 : 하부 항해삼각형의 관측자 위도, P_2 : 하부 항해삼각형의 위치각, d_1 : 천체 1의 적위, h_1 : 천체 1의 관측고도

※ 두 개 위도중 진위치의 판별식

$$\text{만약 } \text{Abs}(\text{DR Lat} - L_1) < \text{Abs}(\text{DR Lat} - L_2)$$

이면, L_1 이 진위치이고, 아니면 L_2 가 된다.

⑦ 천체 1의 지위(GP)에서 상부 항해삼각형의 자오선각(meridian angle, t_1) 계산

$$t_1(h_1, d_1, L_1) = \cos^{-1}[(\sin h_1 - \sin d_1 \sin L_1) \div (\cos d_1 \cos L_1)]$$

천체 1의 지위(GP)에서 하부 항해삼각형의 자오선각(meridian angle, t_2) 계산

$$t_2(h_1, d_1, L_2) = \cos^{-1}[(\sin h_1 - \sin d_1 \sin L_2) \div (\cos d_1 \cos L_2)]$$

⑧ 경도 계산

상부 항해삼각형의 경도(λ_1)

$$\lambda_1 = t_1 - GHA_1 \tag{13}$$

하부 항해삼각형의 경도(λ_2)

$$\lambda_2 = t_2 - GHA_1 \tag{14}$$

⑨ 경도의 계산:

※ 천체 1(Gp1)이 관측자의 서측($Zn > 180^\circ$)에서 관측되면,

$$\lambda_1 = (-t_1) - GHA_1, \lambda_2 = (-t_2) - GHA_1$$

천체 1(Gp1)이 관측자의 동측($Zn < 180^\circ$)에서 관측되면,

$$\lambda_1 = t_1 - GHA_1, \lambda_2 = t_2 - GHA_1$$

※ 두 개 경도중 진위치의 판별식

만약 $\text{Abs}(\text{DR Lon} - \lambda_1) < \text{Abs}(\text{DR Lon} - \lambda_2)$ 이면, λ_1 이 진위치 이고, 아니면 λ_2 가 된다.

4.4.3 경도 산출의 상세 알고리즘

(a) 아래와 같이 각각의 계산고도를 산출하여 자오선 각(t)에서 가감한다.

- ① $h_{21m} = t_{12} - \sin^{-1}(\cos(t_1)\cos(d_2)\cos(L_1) + \sin(d_2)\sin(L_1))$
- ② $h_{21p} = t_{12} + \sin^{-1}(\cos(t_1)\cos(d_2)\cos(L_1) + \sin(d_2)\sin(L_1))$
- ③ $h_{22m} = t_{12} - \sin^{-1}(\cos(t_2)\cos(d_2)\cos(L_2) + \sin(d_2)\sin(L_2))$
- ④ $h_{22p} = t_{12} + \sin^{-1}(\cos(t_2)\cos(d_2)\cos(L_2) + \sin(d_2)\sin(L_2))$

(b) 아래 4개의 위치로 경도 계산(자오선 각의 부호에 주의)

- ① 위치 1 : $\lambda = -t_1 - \text{GHA}_1, \text{Lat} = L_1$
- ② 위치 2 : $\lambda = t_1 - \text{GHA}_1, \text{Lat} = L_1$
- ③ 위치 3 : $\lambda = -t_2 - \text{GHA}_1, \text{Lat} = L_2$
- ④ 위치 4 : $\lambda = t_2 - \text{GHA}_1, \text{Lat} = L_2$

(c) 상부 항해삼각형에서 h_2 로 h_{21m} 과 h_{21p} 를 비교. 만약 $\text{Abs}(h_2 - h_{21m}) < \text{Abs}(h_2 - h_{21p})$ 이면 위치 1로 경도 계산, 아니면 위치 2로 경도 계산

(d) 하부 항해삼각형에서 h_2 로 h_{22m} 과 h_{22p} 를 비교. 만약 $\text{Abs}(h_2 - h_{22m}) < \text{Abs}(h_2 - h_{22p})$ 이면 위치 3으로 경도 계산, 아니면 위치 4로 경도 계산
최종 계산에서 위도가 남위(S)이면 - 값, 경도가 서경(W)이면 - 값을 나타낸다.

5. 천측위치의 직접 산출방법 계산결과 비교

상기 4개의 천측위치의 직접 산출방법에 대해 Casio fx-5000P 계산기로 동일한 항해 사례에 대해 산출한 결과는 아래 표와 같다. 모든 계산은 소수 8위까지 계산하여 최종결과는 분의 소수 1위로 나타내었다. 각 천측위치 산출방법의 계산과정은 부록으로 게재하였다.

| [사례] | | | | | |
|--|----------|--|-----------------|---------------|--------|
| 2004년 추측위치 41°34.8' N, 17°00.5' W 위치에서 20h02m56s에 Alkaid를 관측하고, 20h03m58s에 Capella를 아래와 같이 관측하였다. 이 선박은 당시 288°로 6.8노트의 속력으로 항해중이었다(Ho1 correction =(S(6.8)×t(1m2s)×cos(318.8-288))=60=0.1') | | | | | |
| Body | ZT | HO | Dec | GHA | Zn |
| 1. Alkaid | 20-02-56 | 77°34.9' Ho _{1ctd} 77°35.0' | 49°25.7' ' N | 003° 14.2' | 318.8° |
| 2. Capella | 20-03-58 | 15°19.3' | 45°58.4' ' N | 131° 24.8' | 047.9° |

Table 1. Computation results by Direct Fix

| 천측위치 직접산출방법 | 위도 | 경도 | 비고 |
|---------------------|------------|------------|--------------|
| 수정차법에 의한 해도 작도법 | 41°39.3' N | 17°07.5' W | 선박이동 미적용 |
| K-12 방식의 천측위치 산출방법 | 41°39.3' N | 17°07.1' W | 관측시간 선박이동 적용 |
| STM에 의한 천측위치 산출방법 | 41°39.2' N | 17°07.2' W | 관측시간 선박이동 적용 |
| Direct Fix에 의한 산출방법 | 41°39.2' N | 17°07.2' W | 관측시간 선박이동 적용 |

위 Table 1에서 수정차법에 의한 해도작도법은 중분 위도법에 의해 산출된 것으로 선박 이동의 미적용과 항법상의 오차가 포함된 것으로 보이며, K-12 방식은 STM과 Direct Fix에 비해 위도와 경도에 약 0.1'의 차이가 있고, STM과 Direct Fix 방식은 동일 결과를 나타내었다. 따라서 위의 4가지 천측위치 산출방식중에서 구면삼각법을 이용한 STM에 의한 천측위치 산출방법과 Direct Fix에 의한 산출방법을 활용하는 것이 바람직하다.

또한 여러 논문 등에서 산출된 천측위치와 Casio fx5800P 계산기 프로그램의 산출 위치 결과는 Table 2와 같다.

6. 결론

천문항해는 육분외에 의한 고도관측과 천측력, 천측 계산표 등에 의해 계산고도와 방위를 구하고, 해도에 위치선을 투입한 후 선박의 위치를 결정하는 방법을 전통적으로 수행하여 왔다. 그러나 GPS 등의 새로운 위치측정시스템에 비해 천문항해의 방법은 번거롭고, 수작업에 의한 계산 등이 어려운 과정이지만 GPS의 오류나 선박 비상시에 대양에서 선박위치를 확인할 수 있는 유일한 방법이다. 따라서 천문항해에서 계산에 따른 번거로움과 오류를 방지하고, 휴대용 계산기로도 수초 내에 0.1'의 정확도로 선박위치를 결정할 수 있는 방법을 제시하였다. 이러한 알고리즘은 향후 전자항해시지의 개발에 도움이 되는 물론 항해현장에서도 천측계산표와 해도에 위치기입 등의 작업 없이도 실용적으로 위치를 결정할 수 있고, 항해학 교육과정에서도 효과적으로 활용할 수 있을 것이다.

Table 2. Comparison of computation results for various Astronomical Vessel Positions

| 출 처 | 입력사항 | Casio fx5800P 산출결과 |
|---|--|--------------------------|
| KOTRARIC K-12(1980) 9°02.7' N, 130°33.1' W | DR L 9°01.5' N, λ 130°30.0' W d1=-26°01.5' S, h1=31.32173°, GHA1=178°45.8' d2=-29°47.3' S, h2=29°41.7', GHA2=82°22.4' 관측시간 이동적용0h2m55s(303° 0.8M) | 9°02.6' N 130°33.2' W |
| KOTRARIC K-12(1980) 32°36.5' N, 28°23.0' E | DR L 33°16.6' N, λ 27°40.0' E d1=-17°30.8' S, h1=15.86838°, GHA1=274°27.2' d2=-17°28.5' S, h2=39°44.1', GHA2=327°08.9' 관측시간 이동적용 Running Fix 3h30m48s (141° 52.7M) | 32°36.5' N, 28°23.0' E |
| KOTRARIC K-12(1980) 34°47.2' N, 38°08.8' E | DR L 34°51.5' N, λ 38°06.4' W d1=-10°34.7' S, h1=30.85898°, GHA1=78°13.9' d2= 11°38.7' N, h2=65°27.3', GHA2=29°08.8' 관측시간 이동적용 | 34°47.2' N, 38°08.7' E |
| S.W.GERY Direct Fix(1997) 24°35.6' N, 81°46.4' W | DR L 24°32.8' N, λ 81°47.8' W d1=-11°08.2' S, h1=47°33.8', GHA1=105°14.1' d2= -20°47.7' N, h2=28°54.8', GHA2=39°43.5' | 24°35.6' N, 81°46.4' W |
| S.W.GERY Direct Fix(1997) 35°00.0' N, 020°00.0' E | DR L 35°00.0' N, λ 20°00.0' E d1= 7°24.4' N, h1=30.3861°, GHA1=37°52.9' d2=-11°07.7' S, h2=20.77519°, GHA2=285°23.0' | 35°00.0' N, 020°00.0' E |
| TienPenHSU STM(2005) 41°39.1' N, 017°07.3' W | DR L 41°34.8' N, λ 17°00.5' W d1= 49°25.7' N, h1=77°34.9', GHA1=003°14.2' d2= 45°58.4' N, h2=15°19.3', GHA2=131°24.8' | 41°39.1' N, 017°07.3' W |
| K.Gibson, Running Fix(1994) 38°14.2' N, 073°35.7' W | DR L 38°30.0' N, λ 73°43.0' W d1= 22°21.7' N, h1=62.23333°, GHA1=46°58.4' d2= 22°22.64' N, h2=68°19.7', GHA2=90°49.9' Running Fix 2h55m27s (49° 17.5M) | 38°14.2' N, 073°35.7' W |
| 항해과요체 한국해대(1968) 36°06.3' S, 080°43.8' W | DR L 36°23.0' S, λ 080°53.0' W d1= 17°19.2' S, h1=29.510°,GHA1=15°00.4' d2=-17°21.0' S, h2=59°36.2', GHA2=53°40.5' Running Fix 2h34m41s (25° 25.0M) | 36°06.1' S, 080°43.6' W |
| C.L.Chen AVP(2003) 39°00.0' N, 156°21.7' W | DR L 39°00.0' N, λ 157°10.0' W d1= 74°10.6' N, h1=47°13.6' GHA1=103°43.0' d2=-11°08.4' S, h2=32°28.7', GHA2=126°05.7' | 39°00.0' N, 156°21.7' W |
| S.W.GERY Direct Fix(1997) 39°04.2' S, 002°25.9' E | DR L 39°04.0' S, λ 002°26.0' E d1= 7°24.4' N, h1=30.3861°, GHA1=37°52.9' d2=-11°07.7' S, h2=20.77519°, GHA2=285°23.0' | 39°04.2' S, 002°25.9' E |

참고문헌

1. KOTLARIC, S.M.(1980), Celestial Fix by Calculator for all bodies and positioning problems without or with intercepts and azimuths, International Hydrographic Review Vol. LVIII(2), pp.125-136.
2. GERRY, S.W.(1997), The Direct Fix of Latitude and Longitude from Two Observed Altitudes, Journal of The Institute of Navigation, Vol. 44, No.1, pp.15-23.
3. CHEN, C.L, HSU, T.P., CHANG, J.R.,(2003), A Novel Approach To Determine The Astronomical Vessel Position, Journal of Marine Science and Technology, Vol. 11, No. 4, pp.221-235.
4. HSU, T.P., CHEN, C.L., CHANG, J.R.,(2005), New Computational Methods for Solving Problems of the Astronomical Vessel Position, The Journal of Navigation, Vol. 58, No. 2, pp.315-335.
5. U.S. National Imagery and Mapping Agency

- (2007), Sight Reduction Table for Marine Navigation, Vol. 1-6.
6. Bowditch, N.(2019), The Americal Practical Navigator, U.S. National Geospatial Intelligence Agency, Vol. 1-2.
 7. 윤여정(1971), 천문항해학, 한국해양대학교해사도서출판부.
 8. 하주석, 윤여정(1983), 실측선위의 정도 개선과 항법계산의 전산화에 관한 연구, 한국해양대학교.
 9. 신영길(1989), 천문항법의 전산화에 관한 연구, 한국항해학회지 제13권 제2호, pp.1-21.
 10. 박생기, 박양기(2002), 천문항해, 연경문화사.
 11. 박명선, 박계각, 금종수(2007), 천문항해학, 다솜출판사.
 12. 안장영, 최찬문, 이창현(2013), 천문항해학, 제주대학교출판부.
 13. 임진국(2019), 천문항해를 이용한 방위산출 알고리즘 및 임베디드 장치 구현, 한국해양대학교대학원 박사학위.
 14. 윤진영(2019), 위치권 및 천체 방위를 이용한 진위 결정 알고리즘의 구현, 한국해양대학교대학원 박사학위.
 15. 신희한, 정선재, 임재용(2019), 선박측위 알고리즘을 이용한 임베디드 섹스탄트 장치의 구현, 한국마린 엔지니어링학회지 제43권, 제3호, pp.220-228.
 16. <http://world.casio.com/edu/> Casio fx-5800P 사용설명서.

천측위치의 직접 계산방법에 관한 연구[부록]

본 고에서 정리된 4가지의 천문위치 결정방법에 대해 동일하게 관측된 천측요소를 휴대용 계산기(Casio fx5800P)로 계산된 내용을 아래에 게재한다.

1. 수정차법(Intercept method)에 의한 해도 작도

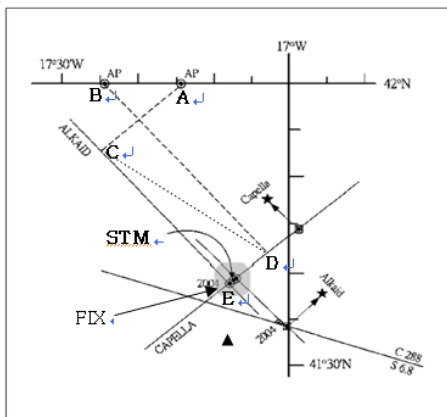
| [사례] 2004년 추측위치 41°34.8' N, 17°00.5' W 위치에서 20h02m56s에 Alkaid를 관측하고, 20h03m58s에 Capella를 아래와 같이 관측하였다. 이 선박은 당시 288°로 6.8노트의 속력으로 항해중이었다(Ho1 correction =(S(6.8)×t(1m2s)×cos(318.8-288))÷60=0.1') | | | | | |
|---|----------|--------------------------------|---------------|---------------|--------|
| Body | ZT | HO | Dec | GHA | Zn |
| 1. Alkaid | 20-02-56 | 77°34.9' Ho1ctd 77°35.0' | 49°25.7' N | 003° 14.2' | 318.8° |
| 2. Capella | 20-03-58 | 15°19.3' | 45°58.4' N | 131° 24.8' | 047.9° |

(1) 천측계산표 또는 계산에 의해 계산고도(Hc)와 방위각(Z) 산출

$$Hc = \sin^{-1}(\sin L \sin d + \cos L \cos d \cos LHA)$$

$$Z = \cos^{-1}\left(\frac{\sin d - \sin L \sin Hc}{\cos L \cos Hc}\right)$$

| Body | 1. Alkaid | 2. Capella |
|--------|----------------|----------------|
| a Lat. | 42°N | 42°N |
| aλ | -17°14.2' W | -17°24.8' W |
| Dec | 49°25.7' N | 45°58.4' N |
| LHA | 346° | 114° |
| HC | 77°45.3' | 15°43.6' |
| Z | 47.9° | 318.7° |
| Ho-Hc | 10.4' A 227.9° | 24.3' A 138.7° |



천측위치 해도작도 방법

(2) A점(가정위치 또는 추측위치)에서 천체 1의 위치선에 대한 방위 및 거리로 C점의 위도와 경도를 계산

$$C \text{ 점 위도} = A \text{ 점 위도} \pm \text{위거}(\Delta \ell) = 42^\circ - 0^\circ 6.97' = 41^\circ 53' N$$

$$\Delta \ell = D \cos C = -6.97' \quad (\Delta \ell : \text{위거}, D: \text{거리} (\text{해리}), C: \text{방위})$$

$$C \text{ 점 경도} = A \text{ 점 경도} \pm \text{경거}(\Delta Dlo) = -17^\circ 14.2' W - 0^\circ 10.37' = -17^\circ 24.6' W$$

$$\Delta Dlo = D \sin C \div \cos Lm = -10.37$$

$$(\Delta Dlo: \text{경거}, D: \text{거리})$$

B점(가정위치 또는 추측위치)에서 천체 1의 위치선에 대한 방위 및 거리로 D점의 위도와 경도를 계산

$$D \text{ 점 위도} = A \text{ 점 위도} \pm \text{위거}(\Delta \ell) = 42^\circ - 0^\circ 18.26' = 41^\circ 41.7' N$$

$$\Delta \ell = D \cos C = -18.26' \quad (\Delta \ell : \text{위거}, D: \text{거리} (\text{해리}), C: \text{방위})$$

$$D \text{ 점 경도} = A \text{ 점 경도} \pm \text{경거}(\Delta Dlo) = -17^\circ 14.2' W + 0^\circ 21.53' = -17^\circ 03.3' W$$

$$\Delta Dlo = D \sin C \div \cos Lm = 21.53'$$

$$(\Delta Dlo: \text{경거}, D: \text{거리}, Lm: \text{중분위도}(L_1+L_2)\div 2)$$

(3) C점과 D점에서 양 지점간 거리와 방위를 구함

$$\text{방위 } \overrightarrow{CD} = \tan^{-1}(\Delta Dlo \cos Lm \div \Delta \ell) = 125.43^\circ$$

$$\text{거리 } \overrightarrow{CD} = \Delta \ell \div \cos C = 19.32'$$

(4) AC 선과 BD 선에서 각각 방위에 직교하는 선이 교차하는 점을 E라 하면, E점이 구하려는 선위가 된다.

점 C, D, E가 만드는 삼각형의 내각과 변의 거리를 계산한다.

$$\begin{aligned} \angle C &= CE \text{방위각} - CD \text{방위각} \\ &= 137.9 - 125.4 = 12.5^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle D &= CD \text{역방위각} - DE \text{방위각} \\ &= (125.4+180) - 228.7 = 76.7^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle E &= DE \text{방위각} - CE \text{방위각} \\ &= 228.7-137.9 = 90.8^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D \text{과 } E \text{점의 거리 } \overrightarrow{DE} &= \frac{\overrightarrow{CD} \times \sin C}{\sin E} \\ &= (19.32 \sin 12.5) \div \sin 90.8 = 4.18' \end{aligned}$$

(5) E점의 위치 계산

D점에서 방위 및 거리로 D점의 위도와 경도를 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{E점 위도} &= \text{D점 위도} \pm \text{위거}(\Delta \ell) \\ &= 41^\circ 41.7' \text{ N} - 0^\circ 2.42' \\ &= 41^\circ 39.3' \text{ N} \\ \Delta \ell &= D \cos C = -2.42' \\ \text{E점 경도} &= \text{D점 경도} \pm \text{경거}(\Delta \text{Dlo}) \\ &= -17^\circ 03.3' \text{ W} - 0^\circ 4.152' \\ &= -17^\circ 07.45' (17^\circ 07.45' \text{ W}) \\ \Delta \text{Dlo} &= D \sin C(\text{역방향}) \div \cos Lm = -4.152' \end{aligned}$$

2. K-12 방식의 천측위치 산출방법

| [사례] | | | | | |
|--|----------|--------------------------------|---------------|---------------|--------|
| 2004년 천측위치 41°34.8' N, 17°00.5' W 위치에서 20h02m56s에 Alkaid를 관측하고, 20h03m58s에 Capella를 아래와 같이 관측하였다. 이 선박은 당시 288°로 6.8노트의 속력으로 항해중이었다(Ho1 correction =(S(6.8)×t(1m2s)×cos(318.8-288))÷60=0.1') | | | | | |
| Body | ZT | HO | Dec | GHA | Zn |
| 1. Alkaid | 20-02-56 | 77°34.9' Ho1ctd 77°35.0' | 49°25.7' N | 003° 14.2' | 318.8° |
| 2. Capella | 20-03-58 | 15°19.3' | 45°58.4' N | 131° 24.8' | 047.9° |

$$\begin{aligned} \text{Ho}_1 \text{ 수정값}(\text{correction}) &= \text{Speed}(\text{knot}) \times \Delta \text{GMT} \times \cos \text{RAz} \\ (6.8 \times 1\text{m } 2\text{s} \times \cos 30.8) \div 60 &= 0.00167656 = 0.1' \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{Ho}_1 \text{ corrected} = \text{Ho}_1 + \text{Ho}_1 \text{ correction} = 77^\circ 34.9' + 0.1' = 77^\circ 35.0' \quad (2)$$

$$\Delta \text{GHA} = \text{Abs}(\text{GHA}_2 - \text{GHA}_1) = 131^\circ 24.8' - 003^\circ 14.2' = 128^\circ 10.6' \quad (3)$$

$$\begin{aligned} AX_2 &= 2 \left[\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{\sin(90^\circ - Ho_2)} \frac{1}{\cos d_2} \cos R \sin(R - L_{DR})} \right] \\ &= 45.03549506 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R &= \frac{(90^\circ - Ho_2) + d_2 + L_{DR}}{2} = 81.11583333 \\ zx &= 2 \left[\sin^{-1} \sqrt{\sin^2 \frac{d_2 - d_1}{2} + \sin^2 \frac{\Delta \text{GHA}}{2} \cos d_2 \cos d_1} \right] \\ &= 74.52784802 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A &= 2 \left[\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{\sin zx} \frac{1}{\cos d_2} \cos F \sin(F - d_1)} \right] \\ &= 32.03989162 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{zx + d_2 + d_1}{2} = 84.96475734 \\ B &= 2 \left[\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{\sin zx} \frac{1}{\cos Ho_2} \cos G \sin(G - Ho_{1ctd})} \right] \\ &= 12.87727854 \\ G &= \frac{zx + Ho_2 + Ho_{1ctd}}{2} = 83.7176740 \end{aligned} \quad (7)$$

$$X2 = A \sim B(\text{차}) = 19.16261308 \quad (8a)$$

$$X2 = A + B(\text{합}) = 44.91717016 \quad (8b)$$

진위치 판별: 만약 $X2 \leq AX2$ 이면, $X2 = A \sim B$ 이고, 아니면 $X2 = A + B$ 이다.

$$\begin{aligned} L &= 90^\circ - 2 \left[\sin^{-1} \sqrt{\sin^2 \frac{Ho_2 - d_2}{2} + \sin^2 \frac{X2}{2} \cos Ho_2 \cos d_2} \right] \\ &= 41.65498573 (41^\circ 39.3' \text{ N}) \end{aligned} \quad (9)$$

L = + 이면 북위(North), - 이면 남위(South)가 된다.

$$\begin{aligned} MA_2 &= 2 \left[\sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{\sin(90^\circ - d_2)} \frac{1}{\cos L} \cos U \sin(U - Ho_2)} \right] \\ &= 114.2956649 \end{aligned} \quad (10)$$

$$U = \frac{Ho_2 + (90^\circ - d_2) + L}{2} = 50.50165972$$

$$\text{LHA}_2 = \text{MA}_2(\text{서경}) = 114.2956649 \quad (11a)$$

$$\text{LHA}_2 = 360 - \text{MA}_2(\text{동경}) \quad (11b)$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \text{LHA}_2 - \text{GHA}_2 = 114.2956649 - 131^\circ 24.8' \\ &= -17.11766847 (17^\circ 07.1' \text{ W}) \end{aligned} \quad (12)$$

λ 가 + 값이면 동경(East), - 값이면 서경(West)이 된다.

3. STM(구면삼각법)에 의한 천측위치 산출방법

다음은 구면삼각법(STM)에 의한 천측위치를 산출하는 과정이다.

| [사례] 2004년 추측위치 41°34.8' N, 17°00.5' W 위치에서 20h02m56s에 Alkaid를 관측하고, 20h03m58s에 Capella를 아래와 같이 관측하였다. 이 선박은 당시 288°로 6.8노트의 속력으로 항해중이었다(Ho1 correction =(S(6.8)×t(1m2s)×cos(318.8-288)÷60=0.1') | | | | | |
|---|----------|--------------------------------|-----------------|---------------|--------|
| Body | ZT | HO | Dec | GHA | Zn |
| 1. Alkaid | 20-02-56 | 77°34.9' Ho1ctd 77°35.0' | 49°25.7' ' N | 003° 14.2' | 318.8° |
| 2. Capella | 20-03-58 | 15°19.3' | 45°58.4' ' N | 131° 24.8' | 047.9° |

① 1단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, S₁에 대해 각거리(D)를 구하는 공식

$$\cos D = \sin d_1 \sin d_2 + \cos d_1 \cos d_2 \cos(HA) \quad (1)$$

$$D = \cos^{-1}[\sin d_1 \sin d_2 + \cos d_1 \cos d_2 \cos(HA)]$$

$$= 74.52784802$$

② 2단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, S₁에 대해 위치각(α)을 구하는 공식

$$\tan a_2 = \frac{\sin(HA)}{\cos d_2 \tan d_1 - \sin d_2 \cos(HA)} \quad (2)$$

$$a_2 = \tan^{-1}\left[\frac{\sin(HA)}{\cos d_2 \tan d_1 - \sin d_2 \cos(HA)}\right]$$

$$= 32.03989161$$

③ 3단계 : 구면삼각형 P₁, S₂, S₁ 또는 P₂, S₂, S₁에 대해 위치각(β)을 구하는 공식

$$\cos \beta_2 = \frac{\sin H_1 - \sin H_2 \cos D}{\cos H_2 \sin D} \quad (3)$$

$$\beta_2 = \cos^{-1}\left[\frac{\sin H_1 - \sin H_2 \cos D}{\cos H_2 \sin D}\right] = 12.87987296$$

④ 4단계 : 천체 S₂의 위치각(m₂ 및 M₂)를 구하는 공식

$$m_2 = \alpha_2 \sim \beta_2 = 19.16001865 \quad (4)$$

$$M_2 = \alpha_2 + \beta_2 = 44.91976457$$

⑤ 5단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁ 또는 Pnr, S₂, P₂에 대해 위도(Lp₁ 및 Lp₂)를 구하는 공식

$$\sin Lp_1 = \sin d_2 \sin H_2 + \cos d_2 \cos H_2 \cos m_2 \quad (5)$$

$$Lp_1 = \sin^{-1}(\sin d_2 \sin H_2 + \cos d_2 \cos H_2 \cos m_2)$$

$$= 55.40160526$$

$$\sin Lp_2 = \sin d_2 \sin H_2 + \cos d_2 \cos H_2 \cos M_2 \quad (6)$$

$$Lp_2 = \sin^{-1}(\sin d_2 \sin H_2 + \cos d_2 \cos H_2 \cos M_2)$$

$$= 41.65334232 \quad (41°39.2' N)$$

※ 두 개 위도중 진위치의 판별식

만약 Abs(DR Lat- L₁) < Abs(DR Lat- L₂) 이

면, L₁ 이 진위치 이고, 아니면 L₂ 가 된다,

L = + 이면 북위(North), - 이면 남위(South)

가 된다.

⑥ 6단계 : 구면삼각형 Pnr, S₂, P₁ 또는 Pnr, S₂, P₂에 대해 자오선각(t₂)를 구하는 공식,

$$\tan t_1 = \frac{\sin m_2}{\cos d_2 \tan H_2 - \sin d_2 \cos m_2} \quad (7)$$

$$t_1 = \tan^{-1}\left[\frac{\sin m_2}{\cos d_2 \tan H_2 - \sin d_2 \cos m_2}\right]$$

$$= -33.88092411$$

$$180 - (-33.88092411) = 146.11907589$$

$$\tan t_2 = \frac{\sin M_2}{\cos d_2 \tan H_2 - \sin d_2 \cos M_2} \quad (8)$$

$$t_2 = \tan^{-1}\left[\frac{\sin M_2}{\cos d_2 \tan H_2 - \sin d_2 \cos M_2}\right]$$

$$= -65.70686103 \Rightarrow 114.2931390$$

tan(-θ) = tan(180°-θ), 따라서 (-θ) = (180°-θ)로 대체

$$180 - (-65.70686103) = 114.2931390$$

※ 경도의 계산

$$\lambda_1 = t_1 - GHA_2 = 146.11907589 - 131°24.$$

$$8' = 14.70574256$$

$$\lambda_2 = t_2 - GHA_2 = 114.2931390 - 131°24.$$

$$8' = -17.12019437 \quad (17°07.2' W)$$

$$LHA_2(t_2) = 360 - t_2(\text{동경})$$

$$LHA_2 = t_2(\text{서경})$$

λ 가 + 값이면 동경(East), - 값이면 서경(West)이 된다.

※ 두 개 경도중 진위치의 판별식

만약 Abs(DR Lon - λ₁) < Abs(DR Lon - λ₂) 이면, λ₁ 이 진위치이고 아니면, λ₂ 가 된다.

4. Direct Fix에 의한 산출방법

다음은 Direc Fix에 의한 천측위치를 산출하는 과정이다.

| [사례] 2004년 추측위치 41°34.8' N, 17°00.5' W 위치에서 20h02m56s에 Alkaid를 관측하고, 20h03m58s에 Capella를 아래와 같이 관측하였다. 이 선박은 당시 288°로 6.8노트의 속력으로 항해중이었다(Ho1 correction =(S(6.8)×t(1m2s)×cos(318.8-288)÷60=0.1') | | | | | |
|---|----------|--------------------------------|-----------------|---------------|--------|
| Body | ZT | HO | Dec | GHA | Zn |
| 1. Alkaid | 20-02-56 | 77°34.9' Ho1ctd 77°35.0' | 49°25.7' ' N | 003° 14.2' | 318.8° |
| 2. Capella | 20-03-58 | 15°19.3' | 45°58.4' ' N | 131° 24.8' | 047.9° |

(1) 계산 절차

- ① 자오선 각(천체 1 및 천체 2간의 자오선 각 t_{12}) 차이 계산

$$t_{12} = GHA_2 - GHA_1 = 131^\circ 24.8' - 003^\circ 14.2' = 128^\circ 10.6 \quad (3)$$

- ② 의사 여고도(pseudo coaltitude, 천체 1에서 천체 2까지의 의사 고도, h_{12}) 계산

$$h_{12}(t_{12}, d_1, d_2) = \sin^{-1}[\cos t_{12} \cos d_1 \cos d_2 + \sin d_1 \sin d_2] = 15.47215198 \quad (4)$$

- ③ 천체 1의 지위(GP)에서 극거(polar distance) 대한 위치각(A) 계산

$$A(d_2, d_1, h_{12}) = \cos^{-1}[(\sin d_2 - \sin d_1 \sin h_{12}) \div (\cos d_1 \cos h_{12})] = 34.53321078 \quad (5)$$

- ④ 천체 1의 지위(GP)에서 정거(zenith distance)에 대한 위치각(B) 계산

$$B(h_2, h_1, h_{12}) = \cos^{-1}[(\sin h_2 - \sin h_1 \sin h_{12}) \div (\cos h_1 \cos h_{12})] = 88.97483601 \quad (6)$$

- ⑤ 천체 1의 지위(GP)에서 상부 항해삼각형의 위치각(P_1) 계산

$$P_1 = A \sim B = 54.44162523 \quad (7)$$

- 천체 1의 지위(GP)에서 하부 항해삼각형의 위치각(P_2) 계산

$$P_2 = A + B = 123.5080468 \quad (8)$$

- ⑥ 상부 항해삼각형의 관측자 위도(L_1) 계산

$$L_1(P_1, d_1, h_1) = \sin^{-1}[\cos P_1 \cos d_1 \cos h_1 + \sin d_1 \sin h_1] = 55.40160526 \quad (9)$$

- 하부 항해삼각형의 관측자 위도(L_2) 계산

$$L_2(P_2, d_1, h_1) = \sin^{-1}[\cos P_2 \cos d_1 \cos h_1 + \sin d_1 \sin h_1] = 41.65334231 (41^\circ 39.2' N) \quad (10)$$

※ 두 개 위도중 진위치의 판별식

만약 $\text{Abs}(\text{DR Lat} - L_1) \leq \text{Abs}(\text{DR Lat} - L_2)$

이면, L_1 이 진위치이고, 아니면 L_2 가 된다.

- ⑦ 천체 1의 지위(GP)에서 상부 항해삼각형의 자오선각(t_1) 계산

$$t_1(h_1, d_1, L_1) = \cos^{-1}[(\sin h_1 - \sin d_1 \sin L_1) \div (\cos d_1 \cos L_1)] = 17.94240923 \quad (11)$$

- 천체 1의 지위(GP)에서 하부 항해삼각형의 자오선각(t_2) 계산

$$t_2(h_1, d_1, L_2) = \cos^{-1}[(\sin h_1 - \sin d_1 \sin L_2) \div (\cos d_1 \cos L_2)] = 13.88352770 \quad (12)$$

- ⑧ 경도 계산

※ 천체 1(Gp1)이 관측자의 서측($Z_n > 180^\circ$)에서 관측($Z_n=318.8^\circ$)되면,

$$\lambda_1 = (-t_1) - GHA_1, \quad \lambda_2 = (-t_2) - GHA_1$$

천체 1(Gp1)이 관측자의 동측($Z_n < 180^\circ$)에서 관측되면,

$$\lambda_1 = t_1 - GHA_1, \quad \lambda_2 = t_2 - GHA_1$$

※ 계산고도(Hc) 및 방위각(Z) 계산식

$$Hc = \sin^{-1}(\sin L \sin d + \cos L \cos d \cos LHA)$$

$$Z = \cos^{-1}\left(\frac{\sin d - \sin L \sin Hc}{\cos L \cos Hc}\right)$$

상부 항해삼각형의 경도(λ_1)

$$\lambda_1 = (-t_1) - GHA_1 \quad (13)$$

$$= (-17.94240923) - 003^\circ 14.2'$$

$$= -21.17907590$$

하부 항해삼각형의 경도(λ_2)

$$\lambda_2 = (-t_2) - GHA_1 \quad (14)$$

$$= (-13.88352770) - 003^\circ 14.2'$$

$$= -17.1201 9437 (17^\circ 07.2' W)$$

※ 두 개의 경도중 진위치의 판별식

만약 $\text{Abs}(\text{DR Lon} - \lambda_1) < \text{Abs}(\text{DR Lon} - \lambda_2)$ 이면, λ_1 이 진위치이고, 아니면, λ_2 가 된다.

5. Casio fx-5800P 계산기 천측위치 프로그램

Casio fx-5800P 계산기에 의한 천측위치 프로그램은 아래와 같다.

(Mode) 5 : Prog

(Program Menu) 1: New

(File Name?) [DIRECT FIX]

(File Mode) 1: COMP

Clr Memory : "DIRECT FIX" : 30 → Dim Z :

Lbl 1 :

"DR LAT"? → Z[1] : "DR LON"? → Z[2] :

"DEC1"? → Z[3] : "HO1"? → Z[4] : "GHA1"? →

Z[5] :

"DEC2"? → Z[6] : "HO2"? → Z[7] : "GHA2"? →

Z[8] :

"T12" : Z[8] - Z[5] : Ans → Z[9] :

If Z[9] > 180 : Then 360 - Z[9] : Ans → Z[9] :

IfEnd :

"H12" : $\sin^{-1}(\cos(Z[9]) \cos(Z[3]) \cos(Z[6]) +$

```

sin(Z[3]) sin(Z[6])) : Ans → Z[10] :
“A” : cos-1((sin(Z[6]) - sin(Z[3]) sin(Z[10])) ÷
(cos(Z[3]) cos(Z[10]))) : Ans → Z[11] :
“B” : cos-1((sin(Z[7]) - sin(Z[4]) sin(Z[10])) ÷
(cos(Z[4]) cos(Z[10]))) : Ans → Z[12] :
“P1” : Z[11] - Z[12] : Ans → Z[13] :
“P2” : Z[11] + Z[12] : Ans → Z[14] :
“LAT1” : sin-1(cos(Z[13]) cos(Z[3]) cos(Z[4]) +
sin(Z[3]) sin(Z[4])) : Ans → Z[15] :
“LAT2” : sin-1(cos(Z[14]) cos(Z[3]) cos(Z[4])
+sin(Z[3]) sin(Z[4])) : Ans → Z[16] :
“T1” : cos-1((sin(Z[4]) - sin(Z[3]) sin(Z[15])) ÷
(cos(Z[3]) cos(Z[15]))) : Ans → Z[17] :
“T2” : cos-1((sin(Z[4]) - sin(Z[3]) sin(Z[16])) ÷
(cos(Z[3]) cos(Z[16]))) : Ans → Z[18] :
“LONG1” : (-Z[17] - Z[5]) : Ans → Z[23] :
If Z[23] >180 : Then (-360 + Z[23]) : Ans → Z[23]
: IfEnd :
If Z[23] <(-180) : Then (360 + Z[23]) : Ans →
Z[23] : IfEnd :
(Z[17] - Z[5]) : Ans → Z[24] :
If Z[24] >180 : Then (-360 + Z[24]) : Ans → Z[24]
: IfEnd :
If Z[24] <(-180) : Then (360 + Z[24]) : Ans →
Z[24] : IfEnd :
If Abs(Z[23] - Z[2]) < Abs(Z[24] - Z[2]) :Then
Z[23] → Z[19] : Else Z[24] → Z[19] : IfEnd :
“LONG2” : (-Z[18] - Z[5]) : Ans → Z[25] :
If Z[25] >180 : Then (-360 + Z[25]) : Ans → Z[25]
: IfEnd :
If Z[25] <(-180) : Then (360 + Z[25]) : Ans →
Z[25] : IfEnd :
(Z[18] - Z[5]) : Ans → Z[26] :
If Z[26] >180 : Then (-360 + Z[26]) : Ans → Z[26]
: IfEnd :
If Z[26] <(-180) : Then (360 + Z[26]) : Ans →
Z[26] : IfEnd :
If Abs(Z[25] - Z[2]) < Abs(Z[26] - Z[2]) :Then
Z[25] → Z[20] : Else Z[26] → Z[20] : IfEnd :
“SELECT PO” :
If Abs(Z[15] - Z[1]) < Abs(Z[16] - Z[1]) : Then
Z[15] → Z[21] : Else Z[16] → Z[21] : IfEnd :
If Abs(Z[19] - Z[2]) < Abs(Z[20] - Z[2]) : Then
Z[19] → Z[22] : Else Z[20] → Z[22] : IfEnd :
“FIX LAT=” : Z[21] ▲
“FIX LON=” : Z[22] ▲ Goto1

```

6. Casio fx-5800P 천측위치 프로그램 사용 순서

- (1) Casio fx5800P를 작동한다.
- (2) 계산기의 Mode로 들어간다.
- (3) 계산기의 Mode, 5: PROG로 들어간다.
- (4) Program Menu, 2: RUN으로 들어간다.
- (5) 프로그램 DIRECT FIX로 들어간다.
- (6) 다음과 같이 입력 요구 순서대로 도, 분, 초 Key를 눌러, 천측위치(DR LAT, DR LON)와 천체1의 DEC1(적위), HO1(관측고도1), GHA1(그리니치시각1)과 천체2의 DEC2(적위), HO2(관측고도1), GHA2(그리니치시각1)를 해당 값으로 입력하고, EXE를 누른다.
DR LAT?, DR LON?, DEC1?, HO1?, GHA1?, DEC2?, HO2?, GHA2?
- (7) 마지막 GHA2를 입력하고 EXE키를 누르면, FIX LAT(위도)와 FIX LON(경도)이 수초내에 도(°) 단위로 계산기의 화면에 표시된다. 도, 분, 초 키를 누르면, 위도 및 경도의 값이 도, 분, 초로 환산된다.
- (8) 만약 두 천체의 관측시간에 대한 선박의 이동량의 보정(Running Fix)이 필요하다면, 다음 식으로 계산하여 처음 관측한 천체1의 관측고도(Ho₁)에 가감한다.

$$Ho_{1 \text{ std}} = Ho_1 + \Delta h$$

$$\Delta h \text{ correction(분)} = S \times T \times \cos(Zn - True Co)] \div 60$$
S: 선박 속도(노트), T: 관측시 이동시간, Zn : 천체 진방위, True Co : 선박 진침로
- (9) 이 프로그램에서 서경, 남위, 남적위는 - 부호를 사용한다.
- (10) 이 프로그램은 Stanley W. GERY의 Direct Fix의 공식을 사용하였으며, 두 개의 구면삼각법 위치중 진위치는 천측위치에 가장 가까운 위치를 선택하도록 하였다.